VOLTERRA VA FREDGOLM INTEGRAL TENGLAMALARI ORASIDAGI BOG'LIQLIK

Rustamova Shohista Alisher qizi
Toshkent viloyati Chirchiq davlat pedagogika instituti
rustamova3196@gmail.com

ANNOTATSIYA
Ushbu maqolada integral tenglamalar, Fredgolm va Volterra integral tenglamalari, Fredgolm va Volterra tenglamalari orasidagi munosabatlar, chiziqli bo'lmagan integral tenglamani Volterraning chiziqli bo'lmagan integral tenglamasiga olib kelish masalalari keltirib o'tilgan.

Kalit so'zlar:Integral tenglamalar, Fredgolm integral tenglamalari, Volterra integral tenglamalari, yadro, parametr, bir jinsli, xususiy yechim, chiziqli.

Integral tenglamalar deb odatda, noma'lum funksiya integral belgisi ostida qatnashgan tenglamaga aytiladi.

$$\varphi(x)-\lambda\int_a^b k(x,y)\varphi(y)dy=f(x) \qquad (1)$$

Bu yerda: $f(x), k(x,y)$ belgili funksiya, $\varphi(x)$ -noma'lum funksiya.
$f(x),\varphi(x,y)$ funksiyalar $a\le x\le b$ oraliqda aniqlangan.
$k(x,y)$ $D=\{(x,y): a\le x\le b, a\le y\le b\}$ da aniqlangan.
Bu yerda $f(x)$ (1) tenglamaning ozod hadi, $k(x,y)$ yadrosi, λ parametr.
$\lambda k(x,y)=k_1(x,y)$ deb belgilash kiritsak, u holda (1) tenglama yangi yadroga ega bo'ladi.
1-tenglama chiziqli integral tenglama yoki Fredgolmning 2-tur integral tenglamasi.Agar (1) tenglama $f(x)=0$ bo'lsa bir jinsli, aks holda bir jinsli emas deyiladi.
Agar bir jinsli (2) tenglamani qarasak

$$\varphi(x)-\lambda\int_a^b k(x,y)\varphi(y)dy=0 \qquad (2)$$

$$\psi(x)-\lambda\int_a^b k(y,x)\psi(y)dy=0 \qquad (3)$$

(3) tenglama (2) tenglamaga qo'shma tenglama deyiladi. Agarda (1) tenglamada $\varphi(x)=0$ bo'lsa,

$$-\lambda\int_a^b k(x,y)\psi(y)dy=f(x) \qquad (4)$$

(4) Fredgolmning 1-tur integral tenglamasi bo'ladi.

$$a(x)\varphi(x)-\lambda\int_a^b k(x,y)\varphi(y)dy=f(x) \qquad (5)$$

(5) Fredgolmning 3-tur integral tenglamasi deyiladi.
Fredgolmning integral tenglamalari deb $K(x,y)$ yadrosi va ozod hadi kvadrati bilan integrallanuvchi funksiyalar sinfiga tegishli.

$$f(x)\in L_2(a,b); \quad k(x,y)\in L_2([a,b]\times[a,b])$$

$$\int_a^b f^2(x)dx < +\infty; \quad \int_a^b\int_a^b k^2(x,y)dxdy < +\infty$$

Agarda 2-tur Fredgolm integral tenglamada umumiy yechimi $\Phi(x)$ mavjud bo'lsa, unda uni

$$\Phi(x) = \varphi_0(x) + \varphi(x)$$

ko'rinishda ifodalasak bo'ladi. Bunda $\varphi(x)$ bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi, $\varphi_0(x)$ bir jinsli emas tenglamaning xususiy yechimi.

Agarda (1) tenglamada integralning bir chegarasi o'zgaruvchi bo'lsa, masalan $b = x$ bo'lsa:

$$\varphi(x) - \lambda\int_a^x k(x,y)\varphi(y)dy = f(x) \quad (6)$$

(6) tenglama Volterra tenglamasiga aylanadi. Bu tenglama Volterraning 2-tur integral tenglamasidir. Fredgolm tenglamasidagi integralning chegaralari o'zgarmas, Volterra tenglamasida integralning chegaralaridan biri o'zgaruvchi bo'ladi.

Demak, Volterra tenglamasi Fredgolm tenglamasining xususiy holi ekan.

Har qanday chiziqli tenglamani Volterra tenglamasiga keltirish mumkin.

Endi tenglamalar chiziqli bo'lmagan holni qaraylik. Ushbu

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y) \quad (7)$$

tenglamaning

$$y(x_0) = y_0 \quad (8)$$

boshlang'ich shartni qanoatlantiruvchi yechimini topish masalasi, ya'ni (7), (8) Koshi masalasi Volterraning chiziqli bo'lmagan integral tenglamasiga keladi. $y = y(x)$ funksiya (7), (8) Koshi masalasining yechimidan iborat bo'lsin. Ushbu yechimni (7) ga qo'yib ayniyat hosil qilamiz, bu ayniyatda x ni t bilan o'zgartirib, so'ng t bo'yicha x_0 dan x gacha integrallasak,

$$y(x) = \int_{x_0}^x f(t, y(t))dt + y_0 \quad (9)$$

tenglikka ega bo'lamiz, ya'ni $y(x)$ funksiya (9) tenglikni qanoatlantiradi. Aksincha $y(x)$ funksiya (9) tenglamaning yechimi bo'lsin. Bu ayniyatni differensiallab,

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y(x))$$

ga ega bo'lamiz, ya'ni $y(x)$ funksiya (7) tenglamaning yechimidan iborat, shuningdek (9) ga ko'ra $y(x_0) = y_0$.

Demak, (9) tenglamani yechish (7), (8) Koshi masalasini yechishga ekvivalent.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. M,Salohiddinov. (2007) *Integral tenglamalar*. YANGIYUL POLIGRAPH SERVICE
2. "Integral tenglamalarni taqribiy yechish usullari" uslubiy qo'llanma. Samarqand -2014
3. Краснов, М,Л. (1975).*Интегральные уравнения*.