

KO'PHADNING HAQIQIY ILDIZLARI

Bekchanov Sardor

UrDU o'qituvchisi

Ushbu maqolada Differensial hisob haqidagi bazi teoremlar keltirilgan bo'lib, ular yordamida bir qancha masalalarni yechish usullari keltirilgan. Biz ushbu maqolada masalalarni yechish jarayonida asosan quyidagi ikkita teoremdan foydalanamiz:

1-Teorema (Balsano-Koshi teoremasi)¹. Faraz qilaylik $f(x)$ funksiya $[a, b]$ segmentda berilgan bo'lib, quyidagi shartlarni bajarsin:

$$1) f(x) \in [a, b];$$

$$2) \text{ Segmentning chetki nuqtalari } a \text{ va } b \text{ larda har xil ishorali qiymatlarga ega, ya'ni } f(a) < 0 < f(b) \text{ yoki } f(a) > 0 > f(b)$$

bo'lsin.

U holda shunday $c \in (a, b)$ nuqta topiladiki $f(c) = 0$ bo'ladi.

2-Teorema (Roll teoremasi) Faraz qilaylik $f(x)$ funksiya $[a, b]$ segmentda berilgan bo'lib, quyidagi shartlarni bajarsin:

$$1) f(x) \in C[a, b];$$

$$2) \forall x \in (a, b) \text{ da } f'(x) \text{ mavjud va chekli};$$

$$3) f(a) = f(b) \text{ bo'lsin.}$$

U holda shunday $c \in (a, b)$ nuqta topiladiki, $f'(c) = 0$ bo'ladi.

Biz qaraydigan masalalar faqat ko'phadlarga doir bo'lganligi uchun keyingi qatorlarda Teorema 1 ni 1-sharti, Teorema 2 ni esa 1-va 2- shartlarini tekshirmaymiz.

1-Lemma. Itiyoriy toq darajali ko'phad kamida bitta haqiqiy ildizga ega.

Isbot. Bizga toq darajali $p(x)$ ko'phad berilgan bo'lsin. Umumiylikka ziyon yetkazmagan holda uning bosh koeffitsientini musbat deb faraz qilishimiz mumkin. U holda quyidagi munosabatarga egamiz:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} p(x) = -\infty \text{ va } \lim_{x \rightarrow +\infty} p(x) = +\infty$$

Bundan uzluksiz funksiyalarda limit xossalariga ko'ra shunday $a < 0$ va $b > 0$ sonlari topiladiki ular uchun mos ravishda $p(a) < 0$ va $p(b) > 0$ munosabatlar o'rinli bo'ladi.

Demak $f(x) = p(x)$ funksiya $[a, b]$ segmentda Teorema 1 ning barcha shartlari

¹ Matematik analiz I-qism, Azlarov T.A, X.Mansurov, Toshkent, "O'qituvchi" nashriyoti, 165-166 bet, 1986 y

qanoatlantrar ekan ,bundan biror $c \in (a,b)$ soni uchun $p(c) = f(c) = 0$ tenglik o'rinli bo'lishi kelib chiqadi.

2-Lemma. Agar $p(x)$ ko'pxad karrasi bilan xisoblaganda n ta haqiqiy ildizga bo'lsa, u holda $p'(x)$ ko'phad kamida karrasi bilan xisoblaganda $n - 1$ ta haqiqiy ildizga ega bo'ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Matematik analiz I-qism ,Azlarov T.A, Mansurov X , "O'qituvchi" nashriyoti, 1986
2. Математика в школе 1989 г номер 4
3. Дюдени Г.Э. 520 головоломок.-М.:Мир 1975
- 4.Избранные задачи (из журнала American Mathematical Monthly).-М.:Мир,1977
- 5.Бончковский Р.Н. Вторая Московская математическая олимпиада,1936,т.II, с.275-278
6. Practice problems for the Math Olympiad , P. Gracia, D.Klein, L.Luxemburg, L. Qiu, J. Szucs, 2019 year.