

ЯДЕРНОСТЬ АБЕЛЕВЫХ ВЕЩЕСТВЕННЫХ C^* -АЛГЕБР

Нуриллаев М.Э.

доцент ТГПУ им. Низами.

Давранова М.Ш.

магистр ТГПУ им. Низами.

nurillaev_muzaffar@mail.ru

Пусть A – банахова $*$ -алгебра над полем C . Напомним, что алгебра A называется C^* -алгеброй, если $\|aa^*\| = \|a\|^2$ для любого $a \in A$. Вещественная банахова $*$ -алгебра A называется *вещественной C^* -алгеброй*, если $\|aa^*\| = \|a\|^2$ и элемент $1 + aa^*$ обратим для любого $a \in A$. Это эквивалентно тому, что норму на A можно поднять на комплексификацию $A_c = A + iA$ алгебры A так, чтобы алгебра A_c являлась (комплексной) C^* -алгеброй (см. [1], Следствие 5.2.11).

Пусть A и B – комплексные (или вещественные) C^* -алгебры, $A \otimes B$ – их алгебраическое тензорное произведение над полем C (соответственно R).

Определение

Комплексная (вещественная) C^* -алгебра A называется *ядерной*, если на $A \otimes B$ существует единственная C^* -норма.

Как известно, в комплексном случае, конечномерные и абелевы C^* -алгебры являются ядерными. Кроме того, в работах Э.Эфроса и С.Ланса показано, что ядерность W^* -алгебры эквивалентна гиперфинитности алгебры, т.е. ядерные W^* -алгебры аппроксимативно конечномерны. С другой стороны, это в свою очередь эквивалентно инъективности W^* -алгебры. Напомним, что W^* -алгебра $M \subset B(H)$ называется инъективной, если существует проектор $P : B(H) \rightarrow M$ с $P(1)=1$, $\|P\|=1$.

Теперь рассмотрим абелевы C^* -алгебры. Напомним, что алгебра A называется абелевой, если $ab = ba$ для всех $a, b \in A$. Известно [2], что всякая комплексная абелева C^* -алгебра ядерна.

Основным результатом работы является следующая теорема.

Предложение. Всякая абелева вещественная C^* -алгебра является ядерной.

Литература

1. Li Bing-Ren, "Real operator algebras", World. Sci. Pub.Co. Pte. Ltd. 2003. 241p.
2. Li Bing-Ren. Introduction to Operator Algebras. World Sci. Pub. Co. Pte. Ltd. Singapore., 1992. 738p.
3. Ayupov Sh.A., Rakhimov A.A. Real W^* -algebras, Actions of groups and Index theory for real factors. VDM Publishing House Ltd. Beau-Bassin, Mauritius. ISBN 978-3-639-29066-0. 2010, p.138.